

На рис. 3.2 дана комплексная плоскость, на которой можно изобразить комплексные числа. Комплексное число имеет действительную (вещественную) и мнимую части. По оси абсцисс комплексной плоскости откладывают действительную часть комплексного числа, а по оси ординат — мнимую часть. На оси действительных значений ставим +1, а на оси мнимых значений +j

( $j = -1$  (под корнем).)

Из курса математики известна формула Эйлера

$$e^{j\alpha} = \cos \alpha + j \sin \alpha .$$

Комплексное число  $e^{j\alpha}$  изображают на комплексной плоскости вектором, численно равным единице и составляющим угол  $\alpha$  с осью вещественных значений (осью +1). Угол  $\alpha$  отсчитываем против часовой стрелки от оси +1.

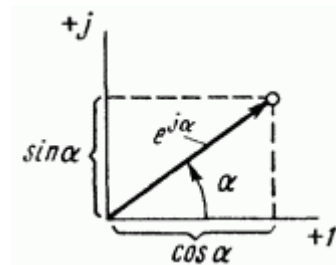


Рис. 3.2.

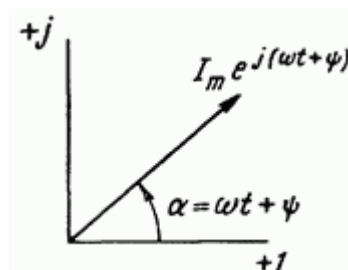


Рис. 3.3.

Модуль функции

$$|e^{j\alpha}| = \sqrt{\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha} = 1 .$$

Проекция функции  на ось  равна , а на ось  равна . Если вместо функции  взять функцию  то

$$I_m e^{j\alpha} = I_m \cos \alpha + j I_m \sin \alpha .$$

На комплексной плоскости эта функция, так же как и функция [11] изображается под углом  $\alpha$  к оси [12] но длина вектора будет в [13] раз больше.

Угол  $\alpha$  в формуле (3.8) может быть любым. Положим, что [14] т. е. угол  $\alpha$  изменяется прямо пропорционально времени. Тогда

$$I_m e^{j(\omega t + \psi)} = I_m \cos(\omega t + \psi) + j I_m \sin(\omega t + \psi).$$

Слагаемое [15] представляет собой действительную часть [16] выражения [17]

$$I_m \cos(\omega t + \psi) = \operatorname{Re} I_m e^{j(\omega t + \psi)},$$

а функция [18] есть коэффициент при мнимой части [19] выражения [20]

$$i = I_m \sin(\omega t + \psi) = \operatorname{Im} I_m e^{j(\omega t + \psi)}. \quad (3.10a)$$

Таким образом, синусоидально изменяющийся ток [21] и (3.10a)] можно представить как [22] или, что то же самое, как проекцию вращающегося вектора [23] на ось [24] (рис. 3.3).

Исторически сложилось так, что в радиотехнической литературе за основу обычно принимают не синусоиду, а косинусоиду и потому пользуются формулой (3.10).

С целью единообразия принято на комплексной плоскости изображать векторы синусоидально изменяющихся во времени величин для момента времени [25] При этом вектор

$$I_m e^{j(\omega t + \psi)} = I_m e^{j\psi} = \dot{I}_m,$$

где [26] — комплексная величина, модуль которой равен [27] — угол, под которым вектор [28] проведен к оси [29] на комплексной плоскости, равный начальной фазе.

Величину [30] называют комплексной амплитудой тока  $\dot{i}$ . Комплексная амплитуда изображает ток  $\dot{i}$  на комплексной плоскости для момента времени [31] Точка, поставленная над током [32] или напряжением  $U$ , означает, что эта величина во времени изменяется синусоидально.

Поясним сказанное. Пусть ток  $i$ . Запишем выражение для комплексной амплитуды этого тока. В данном случае  $I_m e^{j\psi}$ .

Следовательно,  $i = I_m e^{j\psi}$ . Пусть комплексная амплитуда тока  $I_m e^{j\psi}$ .

Запишем выражение для мгновенного значения этого тока.

Для перехода от комплексной амплитуды к мгновенному значению умножим  $i$  на  $e^{-j\omega t}$  и возьмем коэффициент при мнимой части от полученного произведения [см. формулу (3.10a)]:

$$i = \operatorname{Im} 25e^{-j30^\circ} e^{j\omega t} = \operatorname{Im} 25e^{j(\omega t - 30^\circ)} = 25\sin(\omega t - 30^\circ).$$

Под комплексом действующего значения тока или комплексом тока (комплексным током)  $I_m e^{j\psi}$  понимают частное от деления комплексной амплитуды на

$$I = \frac{\dot{I}_m}{\sqrt{2}} = \frac{I_m e^{j\psi}}{\sqrt{2}} = I e^{j\psi}.$$

Пример 29. Записать выражение комплекса действующего значения тока  $I e^{j\psi}$ .

Решение. Комплекс действующего значения тока  $I e^{j\psi}$ .